

Compresión de imágenes basada en la optimización metaheurística de un sistema Takagi-Sugeno

Ángel Sánchez¹, Felipe Fernández², Abraham Duarte³

Resumen—Este trabajo presenta un método de compresión con pérdidas aplicado a imágenes 2D. La propuesta se basa en la optimización de las etiquetas de los antecedentes correspondientes a un sistema difuso de tipo Takagi-Sugeno de orden cero. El procedimiento de optimización de los parámetros hace uso de un método metaheurístico multiarranque, que incluye una búsqueda local aleatorizada. Este enfoque obtiene un conjunto de etiquetas lingüísticas que describen el conjunto de puntos de muestreo de la imagen a comprimir. En particular, el método de aprendizaje propuesto permite una descripción lingüística de la imagen, resulta eficiente y ofrece un buen rendimiento en los ejemplos considerados.

Palabras clave—Compresión de imágenes, sistemas de Takagi-Sugeno, partición de unidad, metaheurísticas.

1. INTRODUCCIÓN

En muchas aplicaciones se requiere la manipulación de imágenes de una resolución elevada. En especial, esto sucede cuando se trabaja con imágenes de satélite o en medicina, donde resulta crucial poder distinguir ciertos detalles de interés en algunas partes de las imágenes. Actualmente, también el procesado de secuencias de vídeo impone importantes requerimientos de procesado y almacenamiento de imágenes. Por otra parte, el gran auge de los nuevos dispositivos ubicuos para la visualización de datos (en especial, PDAs y teléfonos móviles) ha creado la necesidad de combinar la calidad de visualización de las imágenes con los requisitos de memoria y resolución espacial reducidas de estos dispositivos. Se hace, por lo tanto, necesaria la aplicación de algoritmos de compresión de imágenes en este contexto. En este trabajo se propone una técnica de compresión de imágenes con pérdidas, basada en la optimización de un sistema Takagi-Sugeno de orden cero, que determina los puntos de muestreo en la imagen a visualizar.

La identificación de sistemas es el proceso que consiste en especificar un modelo para un sistema desconocido. Debido a la inherente complejidad de muchos sistemas reales, las técnicas convencionales

de modelado han demostrado ser demasiado restrictivas en muchas situaciones reales. En estos casos se requiere de técnicas de modelado más inteligentes. Los modelos difusos se han desarrollado como técnicas de caja gris adecuados para la tarea de la identificación de sistemas. Dichos sistemas se han aplicado con éxito en diferentes campos de la ciencia y la ingeniería. Los modelos correspondientes incluyen un método de aprendizaje de parámetros combinado con la flexibilidad y la interpretación intuitiva de los sistemas difusos.

Se ha usado una gran variedad de algoritmos de optimización y aprendizaje para el entrenamiento de sistemas de inferencia difusos (FIS) [1, 5]. Takagi y Sugeno propusieron un algoritmo adaptativo para su sistema de inferencia difuso [7]. ANFIS (*Adaptive Network based Fuzzy Inference System*) [4] es uno de los modelos más populares que se ha usado para diferentes propósitos, tales como identificación de sistemas, control, predicción y tratamiento de señal. Este modelo entrenable incluye un método de aprendizaje híbrido basado en descenso de gradiente y mínimos cuadrados. Otros métodos de aprendizaje son el modelado B-spline [3, 9, 10], los FIS basados en redes adaptativas [2] y los que hacen uso de un algoritmo evolutivo [6, 8].

Muchos de estos métodos están construidos sobre un sistema de inferencia de tipo Takagi Sugeno. Estos métodos tratan también de satisfacer el principio aristotélico de parsimonia aplicado a las redes. Dicho principio establece que los mejores modelos se obtienen usando las estructuras más simples, conteniendo el menor número de parámetros ajustables.

Los métodos de aprendizaje basados en el descenso del gradiente, las estrategias evolutivas, los algoritmos genéticos y el recocido simulado son técnicas bien conocidas debido a su rendimiento y a su exitosa convergencia a óptimos globales. Sin embargo, en muchos problemas prácticos que manejan datos reales muestreados, obtenidos de sistemas complejos, estos algoritmos presentan una alta complejidad computacional. Los métodos basados en el gradiente también presentan problemas adicionales con la derivación. Las estrategias evolutivas, los algoritmos genéticos y el recocido simulado no siempre convergen en un tiempo razonable.

¹ Dept. Computación, ESCET-URJC, Campus de Móstoles Móstoles, 28933, Spain. E-mail: angel.sanchez@urjc.es

² DTF-FI-UPM, Campus de Montegancedo Madrid, 28660, Spain. Felipe.Fernandez@es.bosch.com

³ Dept. Computación, ESCET-URJC, Campus de Móstoles Móstoles, 28933, Spain. E-mail: abraham.duarte@urjc.es

Muchas metaheurísticas [13, 14] tales como los algoritmos meméticos, la búsqueda tabú, GRASP, el reencadenado de trayectorias o la búsqueda dispersa permiten también escapar de óptimos locales para encontrar soluciones globales. Estos métodos definen procedimientos generales que guían y modifican las operaciones de heurísticas subordinadas para producir de manera eficiente soluciones de alta calidad.

En sistemas de optimización multiobjetivo [11], los métodos de aprendizaje buscan el cumplimiento de varios objetivos y dichos sistemas pueden presentar un buen rendimiento global en muchos problemas reales complejos. En este trabajo se propone una metaheurística para optimizar el rendimiento de la correspondiente función de identificación, que resulta ser más racional y precisa que los métodos básicos de optimización global.

El trabajo está organizado en las siguientes secciones. Algunos fundamentos sobre compresión de imágenes y su relación con este trabajo aparecen en la sección 2. Las características más importantes de los sistemas de Takagi-Sugeno se describen en la sección 3. La siguiente sección aborda el modelo multilínea por tramos de Takagi-Sugeno considerado. La sección 5 describe el método de optimización de los antecedentes de las reglas. La sección 6 presenta algunos resultados experimentales. La última sección ofrece las conclusiones del trabajo.

II. COMPRESIÓN DE IMÁGENES

La compresión se define como el proceso de reducir la cantidad de datos necesarios para representar eficazmente una información; es decir, la eliminación de datos redundantes. En el caso de las imágenes, existen tres maneras de reducir el número de datos redundantes: eliminar código redundante, eliminar píxeles redundantes y eliminar redundancia visual.

El código de una imagen representa el cuerpo de la información mediante un conjunto de símbolos. La eliminación del código redundante consiste en utilizar el menor número de símbolos para representar la información. Las técnicas de compresión por codificación de Huffman y codificación aritmética utilizan cálculos estadísticos para lograr eliminar este tipo de redundancia y reducir la ocupación original de los datos.

La mayoría de las imágenes presentan semejanzas o correlaciones entre sus píxeles. Estas correlaciones se deben a la existencia de estructuras similares en las imágenes, puesto que no son completamente aleatorias. De esta manera, el valor de un píxel puede emplearse para predecir el de sus vecinos. Las técnicas de compresión Lempel-Ziv implementan algoritmos basados en sustituciones para lograr la eliminación de esta redundancia.

El ojo humano responde con diferente sensibilidad a la información visual que recibe. La información a la que es menos sensible se puede descartar sin afectar a la percepción de la imagen. Se suprime así lo que se conoce como redundancia visual. La eliminación de la redundancia está relacionada con la cuantificación de la información, lo que conlleva una pérdida de información irreversible. Técnicas de compresión como JPEG hacen uso de la cuantificación.

Los métodos de compresión se pueden agrupar en dos grandes clases: métodos de compresión sin pérdida de información y métodos con pérdida de información. Los métodos de compresión sin pérdida de información (*lossless*) se caracterizan porque la tasa de compresión que proporcionan está limitada por la entropía de la señal original. Entre estas técnicas destacan los métodos basados en la teoría de Shannon, que permite la compresión sin pérdida. Se pueden mencionar, por ejemplo, la codificación de Huffman, la codificación aritmética y el método de Lempel-Ziv.

Los métodos de compresión con pérdida de información (*lossy*) logran alcanzar unas tasas de compresión más elevadas a costa de sufrir una pérdida de información sobre la imagen original. Por ejemplo, el método JPEG, la compresión fractal, etc. Para la compresión de imágenes se emplean métodos con pérdida, ya que se busca alcanzar una tasa de compresión considerable (por ejemplo, del orden 50:1), pero que se adapte a la calidad deseada que la aplicación exige.

La técnica de compresión propuesta es con pérdidas. Se basa en el muestreo no uniforme de una superficie de control bidimensional que representa la imagen continua a comprimir. Se establecen dos particiones unidimensionales que definen las coordenadas espaciales correspondientes a los puntos de muestreo en la imagen. Estas particiones asociadas a cada variable espacial de referencia son optimizadas simultáneamente usándose un modelo de Takagi-Sugeno de orden cero (descrito en la sección III). La partición inicial difusa, establecida por el experto mediante un conjunto de etiquetas triangulares por cada variable, establece también un muestreo ortogonal para la función objetivo considerada. Para obtener una aproximación óptima de la función de referencia con una complejidad razonable, es necesario encontrar una rejilla de muestreo apropiada que minimice la función objetivo de error definido entre la función (imagen) inicial y la resultante del muestreo. Para este propósito se usa un procedimiento metaheurístico multiarranque que contiene un algoritmo de búsqueda local aleatorizada. En general, una imagen inicial con una resolución espacial de $N \times M$ píxeles se representará mediante otra de $n \times m$ píxeles ($n \ll N$ y $m \ll M$), siendo n y m , el número de puntos de muestreo en cada una de las dos dimensiones

espaciales de la imagen. Asimismo, será necesario almacenar también dichos $n+m$ puntos. Con lo cual, si consideramos: ($N \approx M$) y ($n \approx m$), se tendrá que la imagen comprimida requerirá un espacio $O(n^2+2n)$ píxeles frente a la imagen original que requería $O(N^2)$ píxeles.

III. MODELO DE TAKAGI-SUGENO DE ORDEN CERO

El modelo de reglas difusas de Takagi-Sugeno (TS) fue introducido en 1985. Este modelo permite la descripción e identificación de sistemas de forma borrosa [7]. El principio básico del método TS es la separación del espacio de datos en regiones locales borrosas. Cada región se asocia con un submodelo funcional, que presenta un cierto grado de validez. El sistema global no lineal se obtiene mediante una combinación ponderada borrosa de modelos funcionales locales. Los sistemas TS de orden cero son una clase de modelos basados en reglas con antecedentes de tipo difuso y consecuente de tipo constante:

$$Ri: \text{IF } x_1 \text{ is } N_{i,1} \dots \text{AND } x_n \text{ is } N_{i,n} \text{ THEN } z = z_i$$

donde Ri denota la i -ésima regla difusa; $i=1..R$ (R es el número de reglas difusas); $x = [x_1, \dots, x_n]$ es el vector de entrada; $N_{i,j}$ es el conjunto difuso antecedente de la regla i -ésima para la variable de entrada j ; z es la salida del sistema MISO (*Multiple Input, Simple Output*) y z_i es un valor de salida constante.

La salida de este modelo se calcula mediante la expresión:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^R z_i \prod_{j=1}^n N_{ij}(x_j)}{\sum_{i=1}^R \prod_{j=1}^n N_{ij}(x_j)}$$

Este cálculo se simplifica sustancialmente si las etiquetas lingüísticas Mi asociadas a cada variable x_i forman una partición difusa o partición de unidad:

$$\sum_{j=1}^{M_i} N_{ij}(x_i) = 1$$

La función de salida se reduce ahora a la expresión:

$$z = \sum_{i=1}^R z_i \prod_{j=1}^n N_{ij}(x_j)$$

por ser también el producto de tensores de una partición difusa, otra partición difusa (o partición de unidad).

El correspondiente sistema de inferencia difuso se puede considerar como una red entrenable que contiene los parámetros del modelo TS considerado. Dicho sistema se puede simplificar y optimizar de diferentes formas usando estrategias de aprendizaje. En general, los modelos TS de orden cero contienen dos tipos de parámetros ajustables: los parámetros de las funciones de pertenencia que aparecen en los antecedentes de las reglas y el valor del consecuente de las reglas. En este trabajo, los parámetros del consecuente se consideran conocidos y solo se aborda el problema de encontrar la partición óptima correspondiente al antecedente de las reglas.

Los métodos de aprendizaje supervisado en el modelado difuso se orientan generalmente hacia la minimización de la siguiente función MSE (error cuadrático medio de la estimación):

$$J = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} (z(i) - z_r(i))^2$$

donde N_s es el número de muestras y z_r es el valor correspondiente de la función del referencial. En este trabajo se considera una función objetivo más compleja, que consiste en la suma ponderada del valor MSE y del error máximo de la función estimada. El método de optimización correspondiente se describe en la siguiente sección.

IV. MODELO TS MULTILINEAL POR REGIONES

En este artículo las particiones de unidad que se consideran para cada variable x_i son de tipo triangular o B-splines de orden dos $\{N_{ij}\}$. Cada partición triangular difusa se define por medio de una secuencia de nodos $T_i = (x_{i0}, x_{i1}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{imi})$. El conjunto de nodos también define una partición *crisp* resultante de un producto tensorial multidimensional formado por intervalos n -dimensionales (Figura 1).

Para simplificar el análisis de la función de salida, en cada intervalo unidimensional (x_{ij}, x_{ij+1}) de la variable x_i , se define una variable local u_{ij} :

$$u_i = (x_i - x_{ij}) / (x_{ij+1} - x_{ij}); \quad u_{ij} \in [0, 1]$$

En cada nuevo intervalo unidimensional, los correspondientes términos antecedentes de los intervalos locales triangulares se definen sobre intervalos unitarios $[0, 1]$, y vienen caracterizados por las dos funciones base:

$$N^0(u) = 1 - u = \text{Not}(u) = /u \\ N^1(u) = u$$

En cada intervalo multidimensional transformado o hipercubo *fuzzy* $[(0,1) \dots (0,1)]$, la correspondiente salida local $z = f(u_1, u_2, \dots, u_n)$ se

reduce a una suma de productos en forma canónica con 2^n términos:

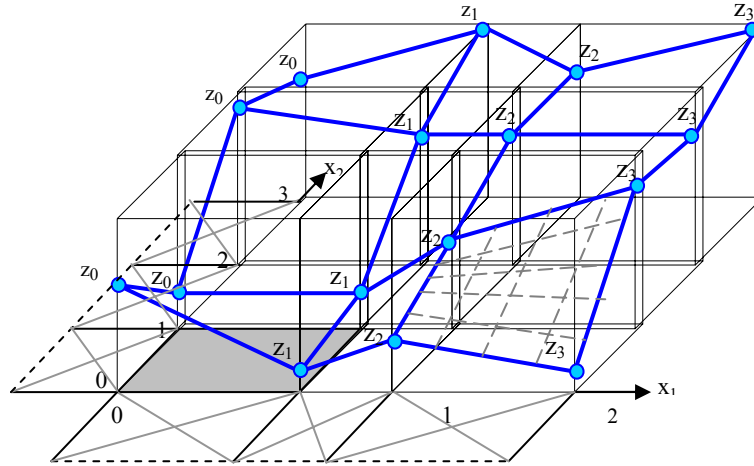


Fig. 1. Ejemplo de un sistema TS orden 0 calculado mediante una función de salida de dos variables formada por celdas bilineales.

$$z = f(u_1, u_2, \dots, u_n) = \\ /u_1/u_2 \dots /u_n f(0,0, \dots, 0) + /u_1/u_2 \dots u_n f(0,0, \dots, 1) + \dots \\ + u_1 u_2 \dots /u_n f(1,1, \dots, 0) + u_1 u_2 \dots u_n f(1,1, \dots, 1)$$

Usando un método de factorización apropiado, la salida z se puede calcular mediante una ecuación de recurrencias multilineal. Un esquema particular de cómputo es:

$$f(u_1, u_2, \dots, u_n) = u_1 f(1, u_2, \dots, u_n) + /u_1 f(0, u_2, \dots, u_n) \\ f(0, u_2, \dots, u_n) = u_2 f(0, 1, \dots, u_n) + /u_2 f(0, 0, \dots, u_n) \\ f(1, u_2, \dots, u_n) = u_2 f(1, 1, \dots, u_n) + /u_2 f(1, 0, \dots, u_n) \\ \dots \\ f(0, 0, \dots, 0, u_n) = u_n f(0, 0, \dots, 0, 1) + /u_n f(0, 0, \dots, 0, 0) \\ \dots \\ f(1, 1, \dots, 1, u_n) = u_n f(1, 1, \dots, 1, 1) + /u_n f(1, 1, \dots, 1, 0)$$

donde $f(0,0, \dots, 0,0)$; $f(0,0, \dots, 0,1)$; \dots ; $f(1,1, \dots, 1,1)$ corresponden a los 2^n valores de la función en los vértices del hiperrectángulo local.

La función de salida global es una hipersuperficie multilineal definida a tramos C^0 , y en cada intervalo local multidimensional del dominio se genera una hipersuperficie, asociada a n reglas, y dada por n diferentes retículas.

Este esquema de interpolación local multilineal, en forma normal, está compuesto por $2^n - 1$ interpolaciones y se puede considerar como una generalización del teorema de expansión de Shannon aplicado a funciones difusas, donde dichas funciones se definen sobre un hiperrectángulo unitario.

Para un sistema Takagi-Sugeno de dos variables se requiere el siguiente esquema de 3 interpolaciones bilineales en cada una de las celdas bidimensionales (Figura 2):

$$f(u_1, 0) = /u_1 f(0, 0) + u_1 f(1, 0) \\ f(u_1, 1) = /u_1 f(0, 1) + u_1 f(1, 1)$$

$$f(u_1, u_2) = /u_2 f(u_1, 0) + u_2 f(u_1, 1)$$

Esta función bidimensional define la superficie de un paraboloides hiperbólico [12] en cada región local. En general, la salida global del referido sistema triangular TS de orden cero viene definida por un producto tensorial de B-splines lineales, y se obtiene como la unión de las correspondientes superficies multilineales. La función de salida presenta ciertas propiedades (i.e. forma multilineal global, forma lineal local, interpolación de datos de salida, invarianza afin, etc.), que se deducen directamente de la propia definición de la función como producto tensorial de B-splines lineales. La siguiente sección describe el método de aprendizaje local multiobjetivo propuesto.

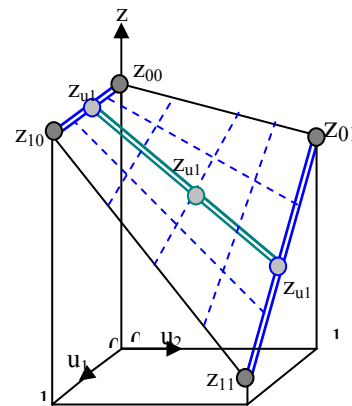


Fig. 2. Resultado de la aproximación de modelo TS de orden dos en una celda local.

V. OPTIMIZACIÓN DE LA PARTICIÓN DIFUSA

La partición inicial difusa, establecida por el experto mediante un conjunto de etiquetas triangulares por cada variable, establece un muestreo ortogonal para la función objetivo considerada. La optimización de esta retícula de

muestreo, con el fin de reducir el error de la función multilinear Takagi-Sugeno que está siendo aproximada, es el objetivo del método de aprendizaje presentado en esta sección.

La figura 3 muestra un sencillo ejemplo de un muestreo ortogonal correspondiente a una función de referencia con dos variables $z = f_r(x_0, x_1)$.

Además, esta región de muestreo es la descripción inicial de la función Takagi-Sugeno que queremos optimizar. Suponiendo que la función objetivo viene modelada mediante una función de referencia de la forma: $f_r(x_1, x_2, \dots, x_n)$, en cada punto de la rejilla de muestreo el valor de la función aproximadora de tipo Takagi-Sugeno coincide con el valor de la función de referencia en ese punto. El resto de los valores de la función se obtienen mediante interpolaciones locales bilineales.

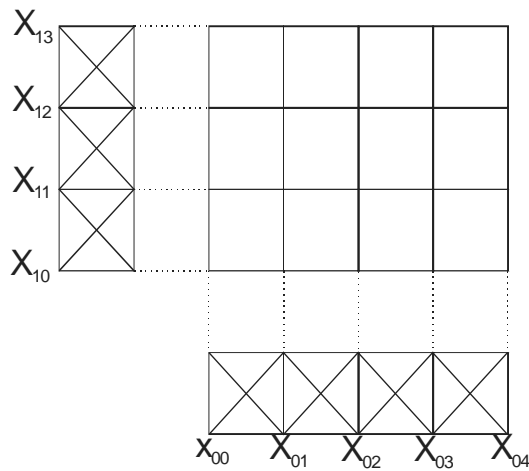


Fig. 3. Rejilla de muestreo de una partición triangular difusa (producto de tensores).

La figura 4 muestra un ejemplo de una función de aproximación no optimizada de Takagi-Sugeno, donde se trata de aproximar a una función de referencia del tipo sinusoidal. En este caso, se han usado seis etiquetas triangulares en las variables significativas para describir la no linealidad correspondiente.

Para minimizar la diferencia entre la aproximación multilinear por tramos y la función de referencia, se define una función de error. En este trabajo se ha usado la suma ponderada del error cuadrático medio (mse) con el máximo error cuadrático ($max se$):

$$Error = 0,7 * mse + 0,3 * max se$$

donde:

$$mse = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} (z(i) - z_r(i))^2$$

$$max se = \max_{i=1}^{N_s} (z(i) - z_r(i))^2$$

siendo N_s el número de puntos de muestreo.

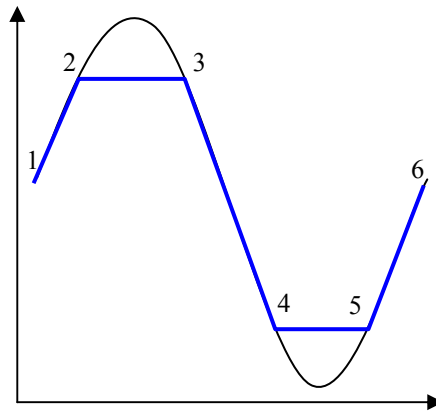


Fig. 4. Ejemplo de aproximación lineal inicial por tramos generada por el modelo TS.

Esta suma ponderada es la función objetivo global a optimizar. Para obtener una aproximación de alta calidad de la función de referencia con una complejidad razonable, es necesario encontrar una rejilla de muestreo apropiada que minimice la función objetivo de error. Para este propósito se usa un procedimiento multiarranque que contiene un algoritmo de búsqueda local aleatorizada.

Los algoritmos básicos de búsqueda local utilizan un procedimiento de mejora iterativo (método de tipo *hill-climbing*), que comienza con una solución inicial e , iterativamente, trata de mejorarla por otra mejor que se encuentra en la vecindad de la solución actual [13].

Al considerar particiones que son producto tensorial, un movimiento de un punto de muestreo, asociado a una variable del sistema, fuerza necesariamente el movimiento de puntos relacionados con éste (si se trata de una variable que representa una columna en un espacio bidimensional, habría que mover todos los puntos de la fila correspondiente). La figura 5 indica este efecto para un punto de muestreo para el que se señala su zona de influencia (fila o columna) y su vecindad, en una partición bidimensional generada por un producto de tensores.

En cada partición no uniforme, para las dos dimensiones existentes en una imagen, y con el fin de simplificar el tamaño del espacio de búsqueda, se considera un número fijo de puntos de submuestreo entre cada dos puntos de muestreo consecutivos (etiquetas). Por simplicidad, en nuestros experimentos dicho número se ha fijado inicialmente a un valor de 10. Para cada punto de muestreo, la estructura de vecindad (distancia de Manhattan) se estableció a un intervalo entre 0 y ± 5 sub-puntos, en las dos dimensiones de la celda local correspondiente.

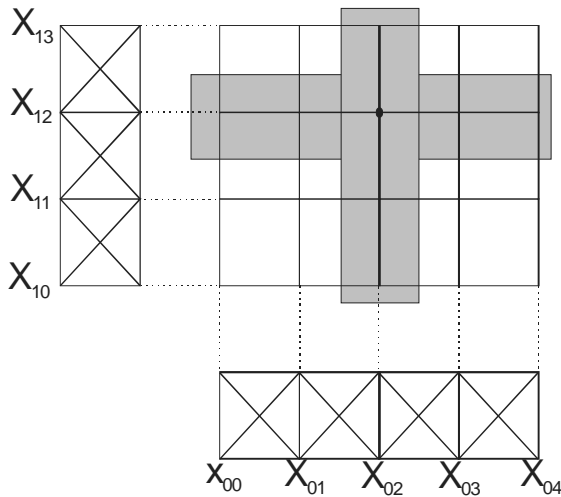


Fig. 5. Ejemplo de estructura de vecindad en una región de muestreo 2D generada por un producto de tensores.

Con esta estructura de vecindad, el tamaño de un movimiento en cualquier zona local no tiene por qué ser igual a los de otra zona, ya que los movimientos se efectúan en regiones de muestreo no uniforme. Esta propiedad es interesante para aquellas funciones que presentan grandes cambios en unas zonas (componentes con alta frecuencia espacial) y pocos cambios en otras regiones (componentes con baja frecuencia espacial).

Para escapar de óptimos locales, se define un procedimiento multiarranque, de tal forma que en cada iteración se aleatoriza la posible secuencia de movimientos para una mejor exploración del espacio de búsqueda.

La búsqueda local viene guiada por la medida del error total SE_{ij} en cada porción del dominio (fila, columna, etc.), que considera las n secuencias de nodos:

$$((X_{11}, \dots, X_{1m1}), \dots, (X_{n1}, \dots, X_{nm1})).$$

Por ejemplo, para la estructura reticular de la figura 3:

$$((X_{00}, \dots, X_{04}), (X_{10}, \dots, X_{13}))$$

se definen siete rodajas o regiones de error:

$$((SE_{00}, SE_{01}, SE_{02}, SE_{03}), (SE_{10}, SE_{11}, SE_{12}))$$

Las cuatro correspondientes a errores en columnas son:

$$SE_{0i} = \text{Error en celdas}(i, j); \quad i = 0..3$$

y, análogamente, las tres correspondientes a errores en filas son:

$$SE_{1j} = \text{Error en celdas}(i, j); \quad j = 0..2$$

La figura 6 muestra el pseudocódigo correspondiente al algoritmo de búsqueda local aleatorizado multiarranque (*MultiStart_RLS*):

```

procedure MultiStart_RLS (T1,T2,...,Tn: particiones 1D)
/* Secuencia: Ti = (Xi1, Xi2,..., Xi,mi) i=1..n */
for k = 1 to Numero_Iteraciones do
while (hay_mejora) do
(1) calcular error SEij en cada secuencia; //crear CL
(2) ordenar el conjunto de particiones según su SEij ;
(3) poner las particiones mejores según SEij en RCL;
(4) elegir aleatoriamente un elemento Xi de la RCL;
(5) calcular paso del movimiento: paso=(Xi+1-Xi)/10;
(6) realizar el mejor movimiento para reducir el error:
Xi' = Mover_0 (Xi, paso) = Xi + paso ó
Xi'+1 = Mover_1 (Xi+1, paso) = Xi+1 - paso ;
(7) if (SE(Xi') < SE(Xi))
then mejora = true
else if (RCL no vacia)
then probar otro movimiento //pasos (4) a (7)
else mejora = false

```

Fig. 6. Pseudocódigo de alto nivel correspondiente al algoritmo multiarranque de búsqueda local.

La figura 7 muestra una aproximación lineal por tramos Takagi-Sugeno optimizada, correspondiente a la función 1D de del ejemplo que aparece en la figura 4.

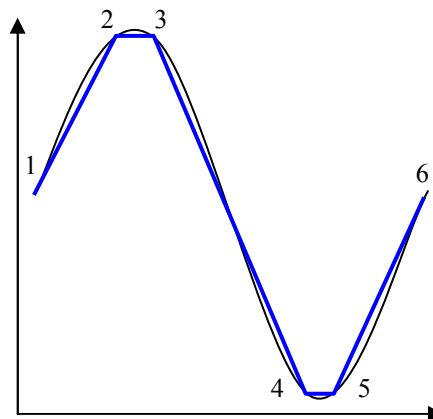


Fig. 7. Ejemplo de aproximación lineal optimizada por tramos generada por el modelo TS.

Como se muestra en la figura 7, las etiquetas lingüísticas o puntos de muestreo (2, 3, 4, 5) se han modificado significativamente. Con esta nueva definición de etiquetas del antecedente (puntos de muestreo), el error global de aproximación se ha reducido considerablemente.

VI. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para analizar de manera práctica el anterior algoritmo de optimización, se han usado dos funciones de referencia sencillas. La primera es la función de una variable: $z_r = \sin(x)$, dentro del dominio ($0 \leq x \leq 10$), tal y como se muestra en la figura 8. En la imagen izquierda se presenta la función que modela el sistema, junto con un muestreo formado 6 etiquetas y dado por un experto. En la imagen derecha aparece la misma función inicial junto con el muestreo optimizado. Como se puede observar, la diferencia entre la aproximación Takagi-Sugeno y la función de referencia (modelo) se ha reducido de forma drástica.

La segunda función considerada $z_r = \sin(x^2 + y^2)$, se caracteriza por tener dos variables definidas en el dominio ($(0 \leq x \leq 3) \wedge (0 \leq y \leq 3)$). Esta función

aparece en la primera fila de la figura 9. En la columna izquierda se muestra la función original. En la columna derecha se muestra la misma función rotada 90° , para observar mejor ciertos detalles de la misma. La segunda fila muestra el resultado de un etiquetado 6×6 propuesto por un experto y la misma imagen rotada 90° . Finalmente, en la última fila de la figura aparece el etiquetado optimizado que obtiene el algoritmo propuesto. Como ocurre en el ejemplo anterior, el nuevo etiquetado reduce significativamente el error global de aproximación. Se puede observar que los resultados en este caso son peores que los del primer ejemplo porque la función a optimizar en el segundo ejemplo presenta simetría radial y el modelado se realiza por medio de una retícula cartesiana. Esta aproximación cartesiana es obviamente mucho más compleja que si se manejasen coordenadas radiales.

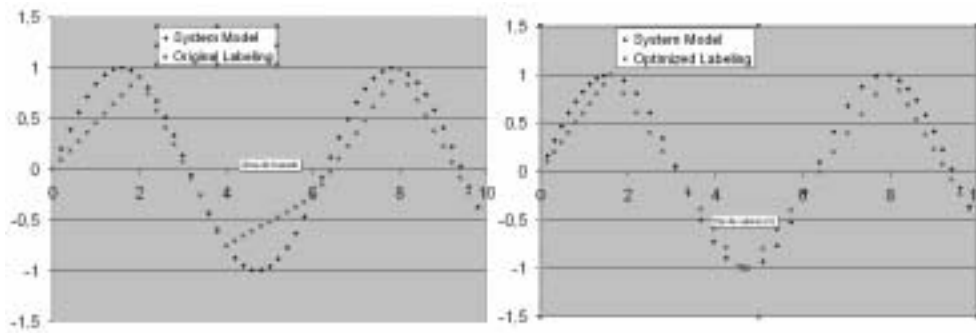


Fig. 8. Ejemplo de etiquetado optimizado para un modelo TS de una variable.

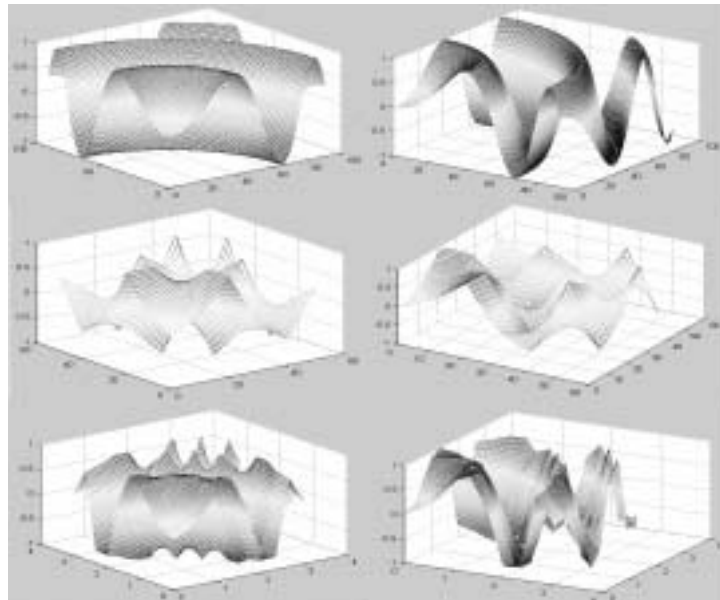


Fig. 9. Ejemplo de etiquetado optimizado para un modelo TS con dos variables.

VII. CONCLUSIONES

Este artículo presenta un método de compresión con pérdidas aplicado a imágenes 2D, que permite una descripción lingüística de la imagen. La propuesta se basa en la optimización de las etiquetas de los antecedentes correspondientes a un sistema borroso de Takagi-Sugeno de orden cero. El procedimiento de optimización de parámetros utiliza un procedimiento metaheurístico multiarranque, que contiene una búsqueda local aleatorizada. Este enfoque obtiene un conjunto de etiquetas lingüísticas que describen el conjunto de puntos de muestreo de la imagen a comprimir. En particular, el método de aprendizaje propuesto resulta eficiente y ofrece un buen rendimiento en las imágenes consideradas.

Como trabajo futuro se propone simplificar y mejorar la eficiencia del procedimiento de cómputo de los puntos de muestreo correspondientes a la imagen comprimida. Asimismo, sería conveniente comparar el método interno usado para el aprendizaje de parámetros de la partición difusa con otros algoritmos de aprendizaje de parámetros usados en sistemas de inferencia borrosa, como por ejemplo ANFIS.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por los proyectos del Ministerio de Educación y Ciencia con referencias TIN2005-08943-C02-01 y TIN2005-08943-C02-02

REFERENCIAS

[1] M. Brown, C.J. Harris, *Neuro fuzzy adaptive modeling and control*, Prentice Hall, New York, 1994.

- [2] Jang JSR, ANFIS: Adaptive-network-based fuzzy inference systems, *IEEE Trans Systems Man Cybernet*, vol 23, pp. 665–685, 1993.
- [3] T. Kavli, ASMOD: An algorithm for adaptive spline modeling of observation data, *Int. J. of Control*, Vol. 58, No.4, pp. 947-967, 1993
- [4] Keller JM, Tahani H, Backpropagation neural networks for fuzzy logic, *Inform Sci*, 62, pp. 205–221, 1992.
- [5] Kosko B, Fuzzy systems as universal approximators. *Proc IEEE Int Conf on Fuzzy Systems*, San Diego, CA, pp 1153–1162, 1992.
- [6] O. Nelles, *Nonlinear system identification*, Springer Verlag, Berlin, 2001.
- [7] T. Takagi, M. Sugeno, Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control, *IEEE Tran. On systems, Man and Cybernetics*, vol. 15, pp. 116-132, 1985.
- [8] J. Victor and A. Dourado. *Evolving Takagi-Sugeno Fuzzy Models*. Technical Report, CISUC, 2003.
- [9] J. Zhang and A. Knoll, Constructing Fuzzy Controllers with B-spline Models, *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 1996.
- [10] J. Zhang and A. Knoll, Unsupervised Learning of Control Surfaces Based on B-spline Models, *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 1725-1730, 1997.
- [11] Gandibleux, X., Sevaux, M., Sörensen, K., T'kindt, V. (Eds.) *Metaheuristics for Multiobjective Optimisation*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 535, 2004.
- [12] G. Farin, *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design*. Morgan Kaufmann Publishers, 5th edition, 2002.
- [13] S. Voss, *Metaheuristics: State of the Art*. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, 2001.
- [14] F. Glover and G. Kochenberger, *Handbook of Metaheuristics*. Morgan Kaufmann Publishers, 5th edition, 2003. Leslie Lamport, *A Document Preparation System: LATEX, User's Guide and Reference Manual*, Addison Wesley Publishing Company, 1986.
- [15] R.C. Gonzalez y R.E. Woods, *Digital Image Processing*, 2ª Edición, Prentice Hall, 2002.
- [16] T. Acharya y A.K. Ray, *Image Processing: Principles and Applications*, Wiley-Interscience, 2005.